第12講　場合の数(3)

【基礎確認事項】

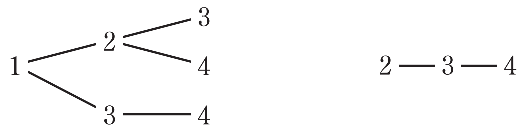
［1］　組合せ

□ここまでは，いくつかのものを取り出して並べる順列について考えてきたが，ここでは取り出すだけのときの総数，いわゆる**組合せ**について考える．n 個の異なるものから，異なる r 個 $(r \leqq n)$ を取る組合せを ${}_n\mathrm{C}_r$ で表す．

例　4 個の数字 1，2，3，4 から異なる 3 個を取る組合せ ${}_4\mathrm{C}_3$ について

123 と 132 は順列としては異なるが組合せとしては同じである．よって，4 個の数字から順に数字が大きくなるように 3 つ取り出せば同じ組合せになることはない．そのような取り出し方は　123，124，134，234 の 4 通りである．よって　${}_4\mathrm{C}_3=4$　である．

樹形図で考えると以下の通り．



□組合せを考える手法の 1 つとして，このように「順に大きく」，「アルファベット順」など「一定の規則に基づいた順列」を考えることで，重複を防ぐことができる．

例　同じ例を次のように考えることができる．

4 個の数字 1，2，3，4 から異なる 3 個を取って並べた「順列」${}_4\mathrm{P}_3$ において，上記のように順に大きくなっているものとそうでないものが含まれる．例えば 1，2，3 を取り出したときその順列は

123，132，213，231，312，321

の 6 通りであるが，そのうち順に大きくなっているものは　123　ただ 1 つである．異なる 3 個のものの総順列は　$3!=6$（通り）であり，それは 3 つの数字の他の選び方についても同様である．つまり順列 ${}_4\mathrm{P}_3$ の中に，組合せとして考えると同じになるものが　$3!$　個ずつ含まれる．よって

$${}_4\mathrm{C}_3=\frac{{}_4\mathrm{P}_3}{3!}=\frac{4\cdot3\cdot2}{3\cdot2\cdot1}=4 \quad \text{である．}$$

> **異なる n 個から異なる r 個取る組合せ**
>
> $${}_n\mathrm{C}_r=\frac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots1}$$
>
> 分母，分子ともに r 個の数字が並ぶ．

※${}_n\mathrm{C}_r$ の C は Combination（組合せ）の頭文字をとったものである．

□また，n 個のものから r 個取ると残りは $n-r$ 個であるから，n 個から r 個取る組合せをつくることは n 個から $n-r$ 個取る組合せをつくることと同じである．よって

$${}_n\mathbf{C}_r={}_n\mathbf{C}_{n-r} \quad \text{である．}$$

⇒　C&U 1

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　重複順列と組合せ

□${}_nP_r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ であるから，${}_nC_r=\dfrac{{}_nP_r}{r!}=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$　である．

$0!=1$，${}_nP_0=1$ であることより，$\boldsymbol{{}_nC_0=1}$，$\boldsymbol{{}_nC_n=1}$　であることがわかる．

□ここで，重複順列と組合せの関係について考える．

例　a，a，a，b，b の5個のものの順列について

同じものを含む順列の公式により，その総数は　$\dfrac{5!}{3!2!}=10$（通り）である．

ここで，${}_nC_r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$　であることより，$\dfrac{5!}{3!2!}={}_5C_3={}_5C_2$　である．

重複順列がこのように組合せで表される理由を考えてみよう．

例　右図のように5個のものを並べる場所を用意し，左から順に①，②，③，④，⑤とする．①～⑤のうち，a が入る場所を3箇所選ぶ方法が ${}_5C_3$ 通りあり，選んだ場所にはすべて同じ a を入れる．さらに，残った2箇所には同じ b を入れる．これで a，a，a，b，b の並び順はすべて決まる．また，b が入る2箇所を先に決める方法は ${}_5C_2$ 通りあり，同様にして5個のものの順列が決まる．よって，この5個のものの順列は　${}_5C_3={}_5C_2=10$（通り）である．

①	②	③	④	⑤

このように，順列を考えるものの中に同じものがある場合に関しては，重複順列の利用と組合せの利用の両方が解法として考えられる．

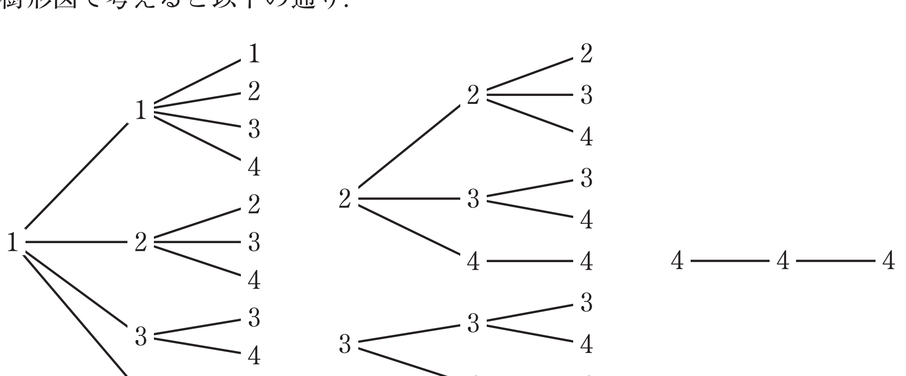
⇒　C&U ②

［3］　重複組合せ

□異なる n 個のものから r 個取り出す組合せにおいては，同じものを取り出すということは通常あり得ない．ここでは異なる「n 種類」のものから重複を許して r 個取り出す組合せ（**重複組合せ**）について考える．

例　1，2，3，4の4つの数字から重複を許して3個取り出す組合せ

樹形図で考えると以下の通り．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

同じものを取り出すことが許されているので,「同じ，または順に大きく（小さくない順という）」なるように取り出した．これにより20通りあることがわかる．

しかし種類が多くなったり,取り出す個数が大きくなったりすると樹形図では限界がある．そこで以下のように考える．

例 3本の｜と3個の○を用意し，この6個のものの総順列を考える．その結果，3本の｜によって区切られた4つの場所に入った○の数だけ，左から順に1，2，3，4を取り出すとする．ある場所に○が1つもなければ，その場所に対応する数字は取り出さない．

○｜○｜｜○　⇒　1，2，4

○○｜｜○｜　⇒　1，1，3　（2と4はない）

これにより重複を許したすべての取り出し方を考えることができる．この総順列「重複順列」の考え方により　$\dfrac{6!}{3!3!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3!3!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$（通り）である．

□このように，種類を決めるために区切る｜と，取り出す個数分の○の総順列を考えることにより重複組合せを計算によって求めることができる．また,「［2］重複順列と組合せ」でも触れたように，3本の｜と3個の○を入れる6箇所の場所を用意し，3本の｜が入る場所（または3個の○が入る場所）を組合せで決めることにより　${}_6\mathrm{C}_3=20$（通り）と求めることもできる．

⇒　C&U ③

［4］ 二項定理（数学Ⅱ）

□組合せの考え方の応用例の1つとして，$(a+b)^n$ の展開式における「各項の係数」を求めることができる．

$(a+b)^n$ は　$(a+b)(a+b)(a+b)\cdots\cdots(a+b)(a+b)$　のように n 個の因数 $a+b$ の積の形で表される．これを展開して出てくる項は，各因数について a または b を選び，それらを掛けあわせたものと考えることができる．それぞれの項における係数は，同類項の個数を考えることで求められる．

a^nは，n 個の因数すべてで a を選んだ場合で，その個数は1個

$a^{n-1}b$ は，n 個の因数のうち1個から b，残り $n-1$ 個から a を選んだ場合で，
その個数は ${}_n\mathrm{C}_1$ 個

$a^{n-2}b^2$ は，n 個の因数のうち2個から b，残り $n-2$ 個から a を選んだ場合で，
その個数は ${}_n\mathrm{C}_2$ 個

以下同様にしてその個数，すなわち係数を求めることで，次の**二項定理**が成り立つ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

二項定理

$$(a+b)^n=a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+{}_n\mathrm{C}_2a^{n-2}b^2+{}_n\mathrm{C}_3a^{n-3}b^3+\cdots$$
$$\cdots+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}ab^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nb^n$$

□二項定理における ${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$ を，展開式の**一般項**といい，一般項における ${}_n\mathrm{C}_r$ を**二項係数**という．また，${}_n\mathrm{C}_0=1$ であることより，a^n の項は ${}_n\mathrm{C}_0a^n$ と表すことがある．

⇒　C&U ４

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

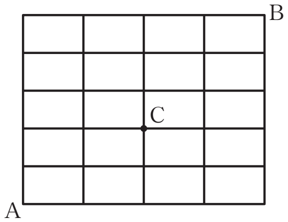
【CHECK & UP】

1　男子4人，女子3人の中から次のように選ぶ方法は何通りあるか.

(1) 7人から3人選ぶ

(2) ある特定の1人を含むように4人選ぶ

(3) 男子2人，女子2人を選ぶ



2　右の図のように東西6本，南北5本の道路がある．
AからBに達する最短経路のうち，Cを通らないものは何通りあるか.

3　みかん3個を7人に分ける方法は何通りあるか．ただし，みかんを2個以上もらう人や1個ももらわない人がいてもよい.

4　$(1-2x)^5$ の展開式における x^3 の係数を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　場合の数(3)

1 [1]　自然数 n，r に対して，${}_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r}$ が成り立つことを証明せよ.

[2]　8人の子供を次のように分ける方法は何通りあるか.

(1)　4人，3人，1人の3組に分ける

(2)　2人ずつA，B，C，Dの4組に分ける

(3)　2人，2人，2人，1人，1人の5組に分ける

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

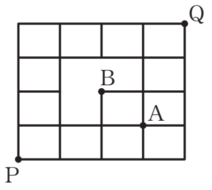
2 ［1］ mathematics という 11 文字から 4 文字を取って並べる方法は何通りあるか.

［2］ 右の図の P 地点から Q 地点に至る最短経路について，
次の問いに答えよ.

(1) A 地点を通る経路は何通りあるか.

(2) B 地点を通る経路は何通りあるか.

(3) 最短経路は全部で何通りあるか.



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 [1]　a，b，c，d はそれぞれ 1，2，3，4，5 のうちいずれかの数であるとする．次の問いに答えよ．

(1)　$a<b<c<d$ となる $(a,\ b,\ c,\ d)$ の組は何個あるか．

(2)　$a \leqq b \leqq c \leqq d$ となる $(a,\ b,\ c,\ d)$ の組は何個あるか．

[2]　$x+y+z=10$ を満たす整数 x，y，z について，次の問いに答えよ．

(1)　0 以上の整数 x，y，z の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか．

(2)　自然数 x，y，z の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 12 講　場合の数(3)

(1)　男子 5 人，女子 5 人からなるグループから 3 人を選ぶ方法は **アイウ** 通りある．このうち，女子を少なくとも 1 人含む選び方は **エオカ** 通りある．

(2)　A，B，C，D 4 つの学級の生徒から合計 7 人の委員を選びたい．各学級から選ぶ人数の決め方の総数は，選ばれない学級があってもよいとき **キクケ** 通りあるが，どの学級からも少なくとも 1 人は選ぶこととしたとき，人数の決め方は **コサ** 通りある．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 12 講　場合の数(3)

【CHECK & UP】

1 (1)　${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=$**35（通り）**

(2)　ある特定の 1 人を選んだあと，残り 6 人から 3 人選べばよい．

よって　${}_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=$**20（通り）**

(3)　男子 4 人から 2 人選ぶ方法が　${}_4C_2$ 通り

女子 3 人から 2 人選ぶ方法が　${}_3C_2$ 通り

よって求める場合の数は

${}_4C_2\times{}_3C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3=$**18（通り）**

> 選ぶ「だけ」であるため，選ぶ順番や対応関係は考慮しない．それが組合せである．
> (2)では，特定の人が誰であったとしても，それを選ぶのは数学の計算ではない．例えばそれを間違って ${}_7C_1$ とすると，7 人のうち「誰が選ばれてもよい」ということになる．決定していること，自分で決めたことは場合の数の計算に入らない．
> (3)では，題意を満たすために「男子」という集団と「女子」という集団からそれぞれ選んでいる．選び方はお互いに干渉しないので積の法則で求められる．

2 A から B に至る最短経路の総数は，右（→）4 つ，上（↑）5 つの順列の総数である．それは 9 回の移動のうち，右に行く 4 回が何回目かを選ぶ場合の数と同じである．

したがって　$\dfrac{9!}{4!5!}={}_9C_4=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$（通り）である．

また，そのうち C を通るものは，

A から C が　$\dfrac{4!}{2!2!}={}_4C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$（通り）

C から B が　$\dfrac{5!}{2!3!}={}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$（通り）

であるから，その場合の数は　$6\times10=60$（通り）

ゆえに，C を通らないものは　$126-60=$**66（通り）**

> 「最短経路」の問題は，同じものを含む順列の問題として有名であるが，右か上の 2 種類しか選択肢がないため，全体のうち右に行くときを決めれば自ずといつ上に行かなければならないかが決まる．よって同じ物を含む順列で特に種類が 2 種類に限られる場合はこの「組合せ」が代用されることも少なくない．また，「通らない」場合は「通る」場合を除いた．

3 みかんをもらう人を 7 人から重複を許して選ぶ方法で，その総数は 3 個の○と 6 本の｜を並べる順列の総数に等しい．

したがってその求める総数は

$\dfrac{9!}{3!6!}={}_9C_3=\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=$**84（通り）**

> (みかんを人に配る)＝(人がみかんに選ばれる)と考えることができるだろうか．つまり，今回はみかんには一切区別がないため，「どのみかんを」という議論は一切ない．それに対し，人は明確に区別されており，さらに「同じ人が何回選ばれてもよい」という状況である．この「重複組合せ」は「仕切り（｜)」を用意することで同じものを含む順列として扱うことができる．

4 $(1-2x)^5$ の展開式における x^3 の項は　${}_5C_3\cdot1^2\cdot(-2x)^3=-80x^3$

よってその係数は　**−80**

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　場合の数(3)

1 [1]　自然数 n，r に対して，${}_nC_r={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r$ が成り立つことを証明せよ．

${}_nC_r$ は n 個の異なるものから r 個を選ぶ場合の総数である．

n 個の異なるものを 1，2，……，n とする．

1を選ぶ場合は，残り $n-1$ 個から $r-1$ 個選ぶ場合で，${}_{n-1}C_{r-1}$ 通り

1を選ばない場合は，1を除く $n-1$ 個から r 個選ぶ場合で，${}_{n-1}C_r$ 通り

選び方は1を選ぶ場合と選ばない場合に分けられ，重複はなく，それですべてである．

したがって，${}_nC_r={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r$ が成り立つ．

1 [2]　8人の子供を次のように分ける方法は何通りあるか．

(1)　4人，3人，1人の3組に分ける

(2)　2人ずつA，B，C，Dの4組に分ける

(3)　2人，2人，2人，1人，1人の5組に分ける

(1)　8人から4人選び，残った4人から3人選べばよい．

よって分け方の総数は　${}_8C_4\times{}_4C_3=70\times4=$**280（通り）**

(2)　Aに入れる2人を選ぶ方法が　${}_8C_2$ 通り

次にBに入れる2人を選ぶ方法が　${}_6C_2$ 通り

さらにCに入れる2人を選ぶ方法が　${}_4C_2$ 通り

残った2人はDに定まる．

したがって分け方の総数は　${}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2=28\times15\times6=$**2520（通り）**

(3)　2人，2人，2人，1人，1人の組をそれぞれA，B，C，D，Eとすると

A，B，C，D，Eに入れる方法は(2)と同様にして　${}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_1=5040$（通り）

A，B，Cの区別をなくすと同じ分け方がそれぞれ $3!$ 通りずつでき，

D，Eの区別をなくすと同じ分け方がそれぞれ $2!$ 通りずつできる．

したがって求める分け方の総数は　$\dfrac{5040}{3!2!}=$**420（通り）**

2 [1]　mathematicsという11文字から4文字を取って並べる方法は何通りあるか．

mathematicsにはm，a，tが2個ずつ，h，e，i，c，sが1個ずつ含まれている．

(i)　同じ文字を2個ずつ含む場合（○○□□）

使う文字の種類はm，a，tから2種類選ぶ方法で　${}_3C_2=3$（通り）

選んだ文字に対しその順列は　$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）

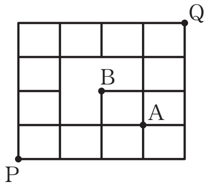
よってこの場合の数は　$3\times6=18$（通り）

(ii)　同じ文字2個を1組のみ含む場合（○○□△）

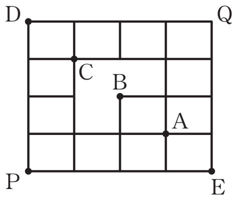
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

使う文字の種類はm，a，tから1種類選び，それを2個使う文字とし，
選ばなかった2種類とh，e，i，c，sを含む7種類の文字から2種類選ぶ方法で
$_3C_1 \times {}_7C_2 = 3 \times 21 = 63$（通り）
選んだ文字に対し，その順列は　$\dfrac{4!}{2!} = 12$（通り）
よってこの場合の数は　$63 \times 12 = 756$（通り）
(iii)　すべて異なる文字の場合
m，a，t，h，e，i，c，sの8種類から4種類選んでそれを並べる方法で
$_8P_4 = 1680$（通り）
以上より，求める順列の総数は　$18 + 756 + 1680 =$ **2454（通り）**

2 ［2］　右の図のP地点からQ地点に至る最短経路について，
次の問いに答えよ．
(1)　A地点を通る経路は何通りあるか．
(2)　B地点を通る経路は何通りあるか．
(3)　最短経路は全部で何通りあるか．



(1)　PからAまでの最短経路は　$\dfrac{4!}{3!} = {}_4C_1 = 4$（通り）
AからQまでの最短経路は　$_4C_1 = 4$（通り）
したがって求める最短経路の総数は　$4 \times 4 =$ **16（通り）**
(2)　PからBまでの最短経路は　$_3C_1 \times 1 = 3$（通り）
BからQまでの最短経路は　$1 \times {}_3C_1 = 3$（通り）
したがって求める最短経路の総数は　$3 \times 3 =$ **9（通り）**
(3)　右図のように点C，D，Eを定めると，PからQの最短経路は，
A地点を通る場合，B地点を通る場合，C地点を通る場合，
D地点を通る場合，E地点を通る場合に分けられる．
C地点を通る場合の最短経路は　$_4C_1 \times {}_4C_1 = 16$（通り）
D地点を通る場合の最短経路は　$1 \times 1 = 1$（通り）
E地点を通る場合の最短経路は　$1 \times 1 = 1$（通り）



したがって，求める最短経路の総数は　$16 + 9 + 16 + 1 + 1 =$ **43（通り）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 [1]　a, b, c, d はそれぞれ 1, 2, 3, 4, 5 のうちいずれかの数であるとする．次の問いに答えよ．

(1)　$a<b<c<d$ となる $(a,\ b,\ c,\ d)$ の組は何個あるか．

(2)　$a\leqq b\leqq c\leqq d$ となる $(a,\ b,\ c,\ d)$ の組は何個あるか．

(1)　1, 2, 3, 4, 5 の 5 種類から異なる 4 個を選び，それを小さい順に a, b, c, d とする方法と同数で，その総数は　${}_5\mathrm{C}_4=\mathbf{5}$ **(個)**

(2)　1, 2, 3, 4, 5 の 5 種類から重複を許して 4 個選び，それを大きくない順に a, b, c, d とする方法で，その総数は 4 個の○と 4 本の｜の総順列に等しい．

したがって求める総数は　$\dfrac{8!}{4!4!}={}_8\mathrm{C}_4=\mathbf{70}$ **(個)**

3 [2]　$x+y+z=10$ を満たす整数 x, y, z について，次の問いに答えよ．

(1)　0 以上の整数 x, y, z の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか．

(2)　自然数 x, y, z の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか．

(1)　x, y, z の 3 種類から重複を許して 10 個を選ぶ方法で，その総数は 10 個の○と 2 本の｜の総順列に等しい．

したがって求める総数は　$\dfrac{12!}{10!2!}={}_{12}\mathrm{C}_2=\mathbf{66}$ **(個)**

(2)　x, y, z の 3 種類から重複を許しかつどれも 0 個にならないように 10 個を選ぶ方法で，その総数は 10 個の○の間 9 カ所のいずれか 2 カ所に｜を 1 本ずつ入れる総数に等しい．

したがって求める総数は　${}_9\mathrm{C}_2=\mathbf{36}$ **(個)**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 12 講　場合の数(3)

(1)　男子 5 人，女子 5 人からなるグループから 3 人を選ぶ方法は **アイウ** 通りある．このうち，女子を少なくとも 1 人含む選び方は **エオカ** 通りある．

(2)　A，B，C，D 4 つの学級の生徒から合計 7 人の委員を選びたい．各学級から選ぶ人数の決め方の総数は，選ばれない学級があってもよいとき **キクケ** 通りあるが，どの学級からも少なくとも 1 人は選ぶこととしたとき，人数の決め方は **コサ** 通りある．

(1)　10 人から 3 人選ぶ方法は　${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=\mathbf{120}$（通り）

このうち，女子を少なくとも 1 人含むときについて

女子を 1 人のみ含むとき，選ばれる女子が　${}_5C_1=5$（通り）

残り 2 人を男子から選ぶ方法が　${}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$（通り）

よって　$5\times10=50$（通り）

女子を 2 人含むとき，選ばれる女子が　${}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$（通り）

残り 1 人を男子から選ぶ方法が　${}_5C_1=5$（通り）　　よって　$10\times5=50$（通り）

3 人とも女子のとき，その選び方が　${}_5C_3={}_5C_2=10$（通り）

よって，女子を少なくとも 1 人含む方法は　$50+50+10=\mathbf{110}$（通り）

【別解】　3 人とも男子を選ぶ場合が　${}_5C_3={}_5C_2=10$（通り）

よって，これを選び方の総数から除くと女子を少なくとも 1 人含む場合が得られる．したがって求める総数は　$120-10=\mathbf{110}$（通り）

(2)　A，B，C，D 4 種類のものから重複を許して 7 個選ぶ重複組合せで，

その総数は○ 7 個，｜3 本の総順列に等しい．

したがって求める総数は　$\dfrac{10!}{7!3!}={}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=\mathbf{120}$（通り）

また，A，B，C，D を少なくとも 1 つずつ選ぶ場合の総数は，7 個の○の間 6 カ所のいずれか 3 カ所に｜を 1 本ずつ入れる総数に等しい．したがって求める総数は

${}_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=\mathbf{20}$（通り）

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。